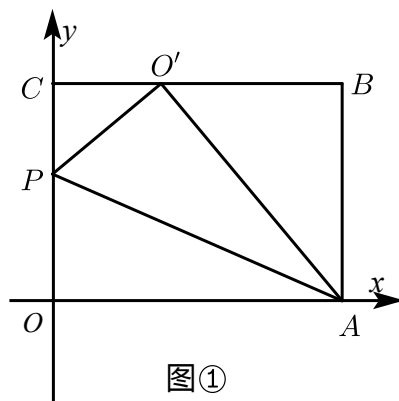


第2讲几何变换之对称（练习）

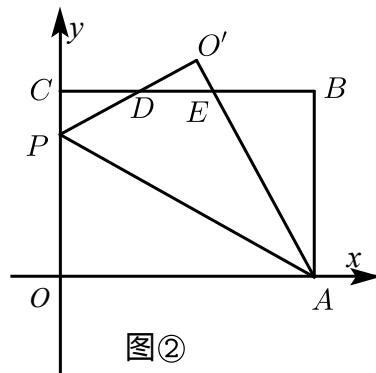
1. 将一个矩形纸片 $OABC$ 放置在平面直角坐标系中，点 $O(0,0)$ ，点 $A(8,0)$ ，点 $C(0,6)$ ， P 是边 OC 上的一点（点 P 不与点 O ， C 重合），沿着 AP 折叠该纸片，得点 O 的对应点 O' 。

（1）如图①，当点 O' 落在边 BC 上时，求点 O' 的坐标。



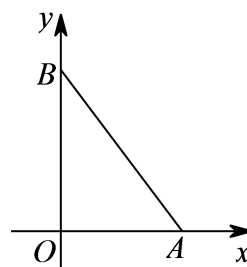
（2）若点 O' 落在边 BC 的上方， $O'P$ ， $O'A$ 与边 BC 交于点 D ， E 。

① 如图②，当 $\angle OAP = 30^\circ$ 时，求点 D 的坐标。



② 当 $CD = O'D$ 时，求点 D 的坐标（直接写出结果即可）。

2. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(3, 0)$ ，点 $B(0, 3\sqrt{3})$ 点 O 为原点．动点 C 、 D 分别在直线 AB ， OB 上，将 $\triangle BCD$ 沿着 CD 折叠，得 $\triangle B'CD$ ．



- (1) 如图1，若 $CD \perp AB$ ，点 B' 恰好落在点 A 处，求此时点 D 的坐标．

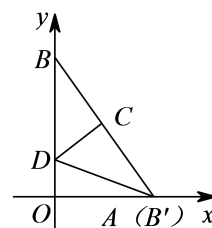


图1

- (2) 如图2，若 $BD = AC$ ，点 B' 恰好落在 y 轴上，求此时点 C 的坐标．

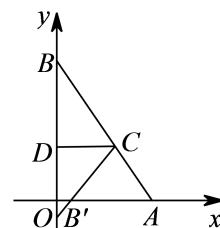
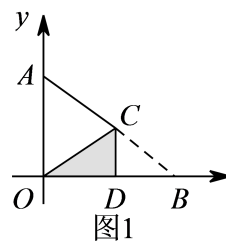


图2

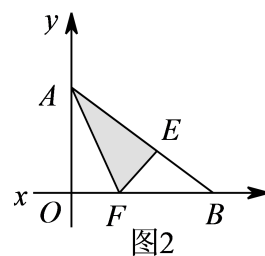
- (3) 若点 C 的横坐标为2，点 B' 落在 x 轴上，求点 B' 的坐标（直接写出结果即可）．

3. 如图， $\text{Rt}\triangle AOB$ 的两直角边 OB 、 OA 分别位于 x 轴、 y 轴上， $OA = 6$ ， $OB = 8$ 。

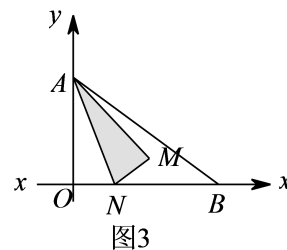
(1) 如图1，将 $\triangle AOB$ 折叠，点 B 恰好落在点 O 处，折痕为 CD ，求点 C 的坐标。



(2) 如图2，将 $\triangle AOB$ 折叠，点 O 恰好落在 AB 边上的点 E 处，折痕为 AF ，求点 E 的坐标。



(3) 如图3，将 $\triangle AOB$ 折叠，点 O 落在 $\triangle AOB$ 内的点 M 处，折痕为 AN ，若 $ON = 2$ ，求点 M 的坐标。（直接写出结果即可）



4. 如图所示，将矩形纸片 $OABC$ 放置在直角坐标系中，点 $A(3, 0)$ ，点 $C(0, \sqrt{3})$ 。

(1) 如图1，经过点 O 、 B 折叠纸片，得折痕 OB ，点 A 的对应点为 A_1 ，求 $\angle A_1OC$ 的度数。

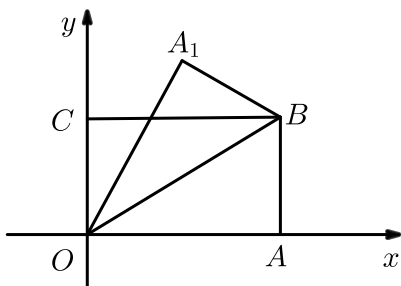


图 1

(2) 如图2，点 M 、 N 分别为边 OA 、 BC 上的动点，经过点 M 、 N 折叠纸片，得折痕 MN ，点 B 的对应点为 B_1 。

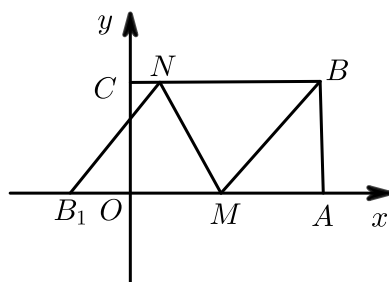
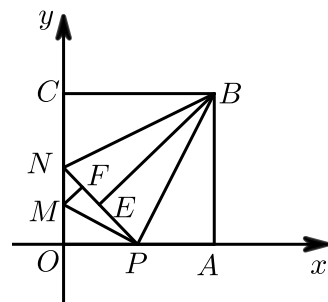


图 2

① 当点 B_1 的坐标为 $(-1, 0)$ 时，请你判断四边形 $MBNB_1$ 的形状，并求出它的周长。

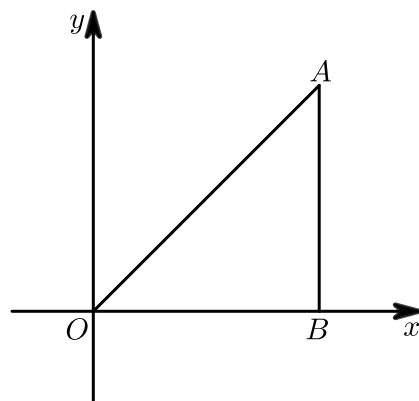
② 若点 N 与点 C 重合，当点 B_1 落在坐标轴上时，直接写出点 M 的坐标。

6. 如图，在平面直角坐标系 xOy 第一象限中有正方形 $OABC$ ， $A(4,0)$ ，点 $P(m,0)$ 是 x 轴上一动点 ($0 < m < 4$)，将 $\triangle ABP$ 沿直线 BP 翻折后，点 A 落在点 E 处，在 OC 上有一点 $M(0,t)$ ，使得将 $\triangle OMP$ 沿直线 MP 翻折后，点 O 落在直线 PE 上的点 F 处，直线 PE 交 OC 于点 N ，连接 BN 。



- (1) 求证： $BP \perp PM$.
- (2) 求 t 与 m 的函数关系式，并求出 t 的最大值 .
- (3) 当 $\triangle ABP \cong \triangle CBN$ 时，直接写出 m 的值 .

7. 如图，将一个直角三角形纸片 AOB ，放置在平面直角坐标系中，点 $A(3,3)$ ，点 $B(3,0)$ ，点 $O(0,0)$ 。
 . 将 $\triangle AOB$ 沿 OA 翻折得到 $\triangle AOD$ （点 D 为点 B 的对应点）。

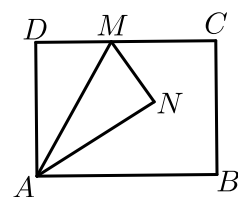


(1) 求 OA 的长及点 D 的坐标。

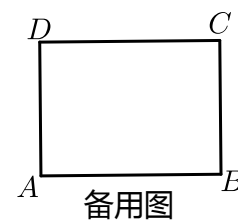
(2) 点 P 是线段 OD 上的点，点 Q 是线段 AD 上的点。

- ① 已知 $OP = 1$ ， $AQ = \frac{4}{3}$ ， R 是 x 轴上的动点，当 $PR + QR$ 取最小值时，求出点 R 的坐标及点 D 到直线 RQ 的距离。
- ② 连接 BP ， BQ ，且 $\angle PBQ = 45^\circ$ ，现将 $\triangle OAB$ 沿 AB 翻折得到 $\triangle EAB$ （点 E 为点 O 的对应点），再将 $\angle PBQ$ 绕点 B 顺时针旋转，旋转过程中，射线 BP ， BQ 交直线 AE 分别为点 M ， N ，最后将 $\triangle BMN$ 沿 BN 翻折得到 $\triangle BGN$ （点 G 为点 M 的对应点），连接 EG ，若 $\frac{EN}{EG} = \frac{5}{12}$ ，求点 M 的坐标（直接写出结果即可）。

8. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 3$ ， M 是边 CD 上一点，将 $\triangle ADM$ 沿直线 AM 对折，得到 $\triangle ANM$ 。



- (1) 当 AN 平分 $\angle MAB$ 时，求 DM 的长．
- (2) 连接 BN ，当 $DM = 1$ 时，求 $\triangle ABN$ 的面积．
- (3) 当射线 BN 交线段 CD 于点 F 时，求 DF 的最大值．



9. 如图1，在平面直角坐标系中， O 是坐标原点，长方形 $OACB$ 的顶点 A 、 B 分别在 x 轴与 y 轴上，已知 $OA = 6$ ， $OB = 10$ ．点 D 为 y 轴上一点，其坐标为 $(0, 2)$ ，点 P 从点 A 出发以每秒2个单位的速度沿线段 $AC - CB$ 的方向运动，当点 P 与点 B 重合时停止运动，运动时间为 t 秒．

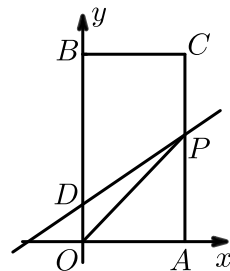


图 1

(1) 当点 P 经过点 C 时，求直线 DP 的函数解析式．

(2) 请回答下列各题．

① 求 $\triangle OPD$ 的面积 S 关于 t 的函数解析式．

② 如图2，把长方形沿着 OP 折叠，点 B 的对应点 B' 恰好落在 AC 边上，求点 P 的坐标．

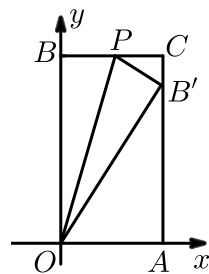
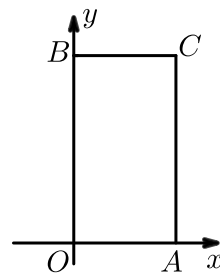


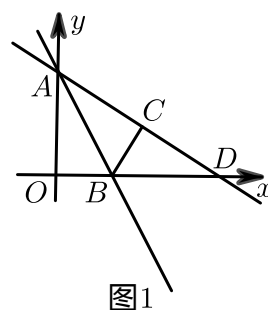
图 2

(3) 点 P 在运动过程中，请直接写出点 P 的坐标，使 $\triangle BDP$ 为等腰三角形．

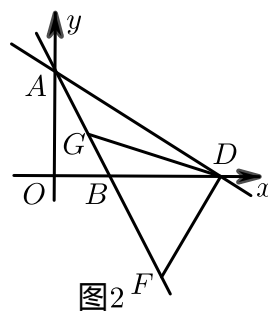


备用图

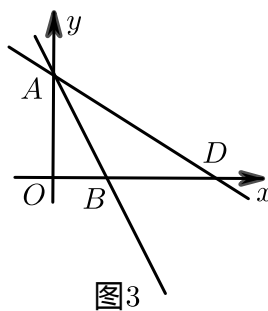
10. 如图1，直线 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 与 y 轴交于点 A ，与 x 轴交于点 D ，直线 AB 交 x 轴于点 B ， $\triangle AOB$ 沿直线 AB 折叠，点 O 恰好落在直线 AD 上的点 C 处。



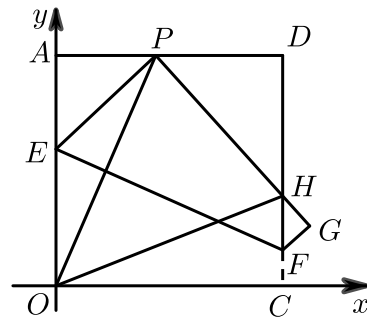
- (1) 求 OB 的长。
- (2) 如图2， F, G 是直线 AB 上的两点，若 $\triangle DFG$ 是以 FG 为斜边的等腰直角三角形，求点 F 的坐标。



- (3) 如图3，点 P 是直线 AB 上一点，点 Q 是直线 AD 上一点，且 P, Q 均在第四象限，点 E 是 x 轴上一点，若四边形 $PQDE$ 为菱形，求点 E 的坐标。

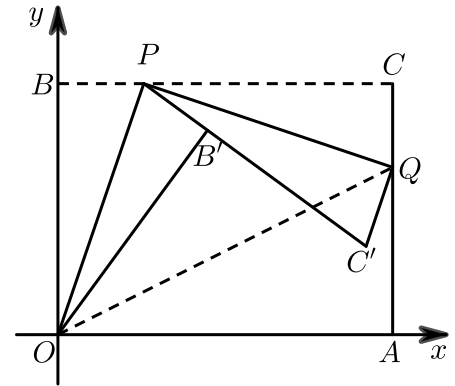


11. 如图，将一个正方形纸片 $AOCD$ ，放置在平面直角坐标系中，点 $A(0, 4)$ ，点 $O(0, 0)$ ，点 D 在第一象限．点 P 为正方形 AD 边上的一点（不与点 A 、点 D 重合），将正方形纸片折叠，使点 O 落在点 P 处，点 C 落在点 G 处， PG 交 DC 于点 H ，折痕为 EF ，连接 OP ， OH ．设 P 点的横坐标为 m ．



- (1) 若 $\angle APO = 60^\circ$ ，求 $\angle OPG$ 的大小．
- (2) 当点 P 在边 AD 上移动时， $\triangle PDH$ 的周长 l 是否发生变化？若变化，用含 m 的式子表示 l ．若不变化，求出周长 l ．
- (3) 设四边形 $EFGP$ 的面积为 S ，当 S 取得最小值时，求点 P 的坐标（直接写出结果即可）．

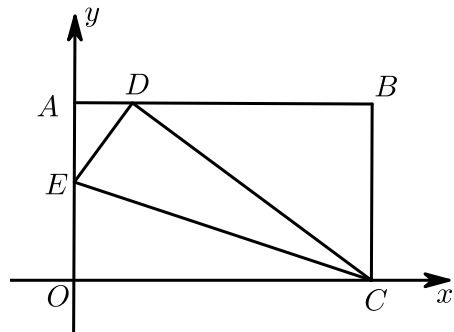
12. 已知一个矩形纸片 $OACB$ ，将该纸片放置在平面直角坐标系中，点 $A(4,0)$ ，点 $B(0,3)$ ，点 P 为 BC 边上的动点（点 P 不与点 B 、 C 重合），经过点 O 、 P 折叠该纸片，得点 B' 和折痕 OP 。经过点 P 再次折叠纸片，使点 C 落在直线 PB' 上，得点 C' 和折痕 PQ ，连接 OQ 。设 $BP = t$ 。



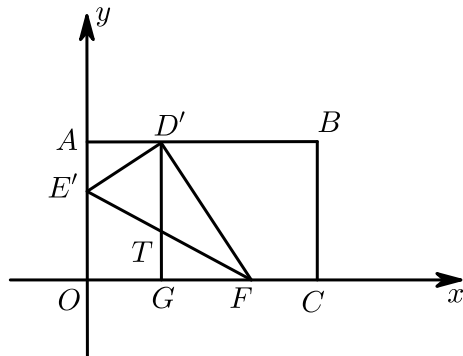
- (1) 当 $t = 1$ 时，求点 Q 的坐标。
- (2) 设 $S_{\text{四边形}OQCB} = S$ ，试用含有 t 的式子表示 S 。
- (3) 当 OQ 取得最小值时，求点 Q 的坐标。

13. 将一矩形纸片 $OABC$ 放在直角坐标系中. O 为原点, C 在 x 轴上, $OA = 6$, $OC = 10$.

- (1) 如图, 在 OA 上取一点 E , 将 $\triangle EOC$ 沿 EC 折叠, 使 O 点落在 AB 边上的 D 点, 求 E 点的坐标.

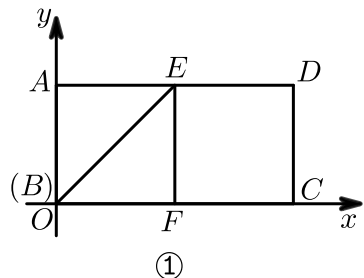


- (2) 如图, 在 OA 、 OC 边上选取适当的点 E' 、 F , 将 $\triangle E'OF$ 沿 $E'F$ 折叠, 使 O 点落在 AB 边上 D' 点, 过 D' 作 $D'G \parallel OA$ 交 $E'F$ 于 T 点, 交 OC 于 G 点, 设 T 的坐标为 (x, y) , 求 y 与 x 之间的函数关系式, 并直接写出自变量 x 的取值范围.



- (3) 在(2)的条件下, 若 $OG = 2\sqrt{3}$, 求 $\triangle D'TF$ 的面积. (直接写出结果即可)

14. 如图①，在矩形 $ABCD$ 中，将矩形折叠，使 B 落在边 AD （含端点）上，落点记为 E ，这时折痕与边 BC 或者边 CD （含端点）交于 F ，然后再展开铺平，则以 B 、 E 、 F 为顶点的 $\triangle BEF$ 称为矩形 $ABCD$ 的“折痕三角形”。



- (1) 由“折痕三角形”的定义可知，矩形 $ABCD$ 的任意一个“折痕 $\triangle BEF$ ”一定是一个 _____ 三角形。
- (2) 如图①，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ，当它的“折痕 $\triangle BEF$ ”的顶点 E 位于 AD 的中点时，画出这个“折痕 $\triangle BEF$ ”，并求出点 F 的坐标。
- (3) 如图②③，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ，该矩形是否存在面积最大的“折痕 $\triangle BEF$ ”？若存在，说明理由，并求出此时点 E 的坐标？若不存在，为什么？

